

反集：

我们在做并查集的问题时，一般都是分三步去解决问题的：

- 给定 n 个点，初始化并查集。
- 给你 m 个关系，每个关系对应地连接两个 x,y 对应的集合。
- 求一些问题：例如是否联通，连通块个数。

这些问题都可以在 $O(1)$ 的时间完成。

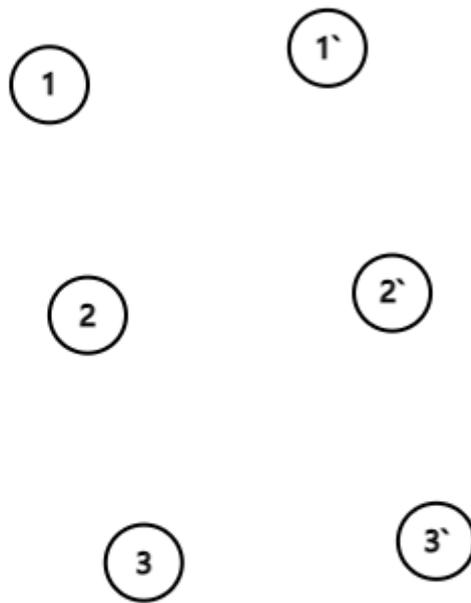
但是，如果在第二步上做一些变更呢？比如给定两种关系。第一种：给定一对朋友关系；第二种，**给定一对敌人关系，满足敌人的敌人就是朋友**。那么传统并查集就捉襟见肘了。

此时，反集就派上用场了。

思路：

反集的思路是再构造一个集合（称之为反集），然后将“敌人”关系通过原集和反集表示出来。

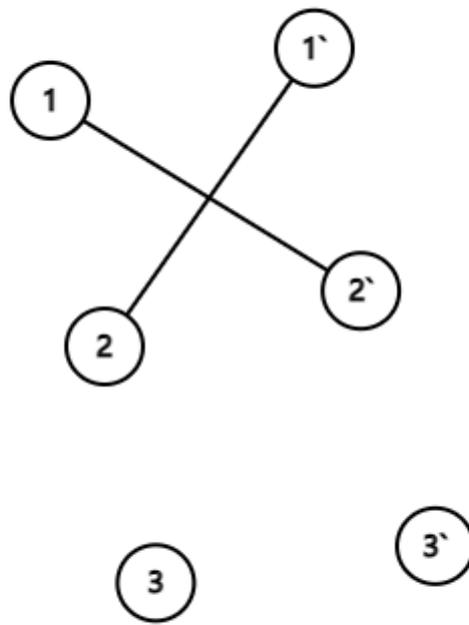
比如假设有 3 个元素，1，2，3。我们称他们的反集元素分别为 $1'$ ， $2'$ ， $3'$



那么，如何体现 **敌人关系**呢？

假如有一对敌人关系 $(1, 2)$ ，我们只需要连接 $(1, 2')$ 和 $(1', 2)$ 就行了。

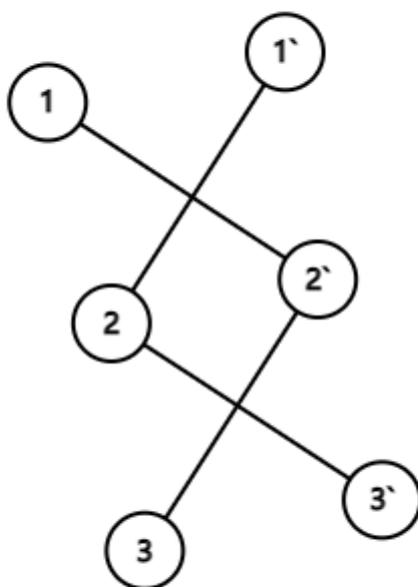
由于 $1'$ 和 $2'$ 不会联通，不会相连，所以这在并查集中也就意味着，**这两个结点不会连到一起了**，这样，在1，2之间构成了一个敌对关系，如图。



等等！还有一个 **敌人的敌人就是朋友** 的关系，在这里是正确的吗？

假如还有一对敌人关系 $(2, 3)$ ，那么，根据规则，1与3应该是朋友关系，即在一个集合中。

我们按照之前的规则，连接 $(3, 2')$ ， $(3', 2)$ ，则图变成了下图这样。图中有两个连通块： $1, 2', 3$ 和 $1', 2, 3'$ 。自然的1, 3就在一个连通块里了。



因此我们就实现了敌人的敌人是朋友。

实现：

我们可以开 $2 \times n$ 的数组，利用 $i + n$ 表示 i 的反集。不要忘记初始化这些节点。

初始化：

```
for(int i = 1; i <= 2 * n; i++)
{
    fa[i]=i;
}
```

反集操作：

```
cin >> isfriend >> u >> v;
if(isfriend)
{
    union(u, v);
}
else
{
    union(u, v + n);
    union(v, u + n);
}
```

最后，反集虽然不是一个特别常见的数据结构，但是在并查集的优化中很有用。

注意：反集的合并只能让 $v + n$ 合并到 u 去，即 $fa[fy] = fx$ 。